PART3　直線のベクトル方程式

例題

2 点 A$(5,\ -2,\ -3)$, B$(8,\ 0,\ -4)$ を通る直線に, 点 O から垂線 OH を下ろす。このとき, 点 H の座標と線分 OH の長さを求めよ。

Point Pickup

練習

2 点 $\mathrm{A}(1,\ 3,\ 0)$，$\mathrm{B}(0,\ 4,\ -1)$ を通る直線に，点 $\mathrm{C}(1,\ 5,\ -4)$ から垂線 CH を下ろす。このとき，点 H の座標と線分 CH の長さを求めよ。

第16講　PART3 確認問題

1　2点 A(1, 0, 2)，B(2, 3, 1) を通る直線に，

点 C(4, 5, −2) から垂線 CH を下ろす。

このとき，点 H の座標は $\left(\boxed{\text{ア}}, \boxed{\text{イ}}, \boxed{\text{ウ}}\right)$ である。

また，$\mathrm{CH} = \sqrt{\boxed{\text{エ}}}$ である。

PART3　直線のベクトル方程式

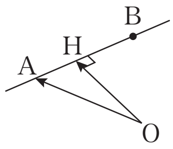
例題

2 点 A$(5,\ -2,\ -3)$, B$(8,\ 0,\ -4)$ を通る直線に, 点 O から垂線 OH を下ろす。このとき, 点 H の座標と線分 OH の長さを求めよ。

点 H は直線 AB 上にあるから

$\overrightarrow{\mathrm{OH}}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}+t\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ (t は実数)

と表せる。



$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=(3,\ 2,\ -1)$ であるから

$\overrightarrow{\mathrm{OH}}=(5,\ -2,\ -3)+t(3,\ 2,\ -1)=(5+3t,\ -2+2t,\ -3-t)$

$\overrightarrow{\mathrm{OH}}\perp\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ より　$\overrightarrow{\mathrm{OH}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AB}}=0$ であるから

$3(5+3t)+2(-2+2t)-(-3-t)=0$　　　$t=-1$

したがって　$\overrightarrow{\mathrm{OH}}=(2,\ -4,\ -2)$

点 H の座標は $(2,\ -4,\ -2)$

$\mathrm{OH}=|\overrightarrow{\mathrm{OH}}|=\sqrt{2^2+(-4)^2+(-2)^2}=\sqrt{24}=2\sqrt{6}$

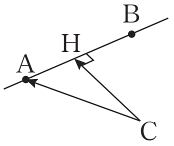
練習

2 点 A(1, 3, 0), B(0, 4, −1) を通る直線に，点 C(1, 5, −4) から垂線 CH を下ろす。このとき，点 H の座標と線分 CH の長さを求めよ。

点 H は直線 AB 上にあるから

$\overrightarrow{CH}=\overrightarrow{CA}+t\overrightarrow{AB}$ (t は実数)

と表せる。



$\overrightarrow{CA}=(0,\ -2,\ 4)$, $\overrightarrow{AB}=(-1,\ 1,\ -1)$ であるから

$\overrightarrow{CH}=(0,\ -2,\ 4)+t(-1,\ 1,\ -1)=(-t,\ -2+t,\ 4-t)$

$\overrightarrow{CH}\perp\overrightarrow{AB}$ より　$\overrightarrow{CH}\cdot\overrightarrow{AB}=0$ であるから

$-(-t)+(-2+t)-(4-t)=0$　　　$t=2$

したがって　$\overrightarrow{CH}=(-2,\ 0,\ 2)$ より

$\overrightarrow{OH}=\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{CH}=(1,\ 5,\ -4)+(-2,\ 0,\ 2)=(-1,\ 5,\ -2)$

よって，点 H の座標は $(-1,\ 5,\ -2)$

$\mathrm{CH}=|\overrightarrow{CH}|=\sqrt{(-2)^2+0^2+2^2}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

第 16 講　PART3 確認問題 解答

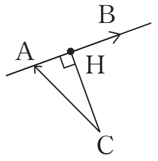
1　**[正解]** ア：3，イ：6，ウ：0，エ：6

[解説]

点 H は直線 AB 上にあるので，

$\overrightarrow{CH}=\overrightarrow{CA}+t\overrightarrow{AB}$（$t$ は実数）［A］

と表せる。



$\overrightarrow{AB}=(1,\ 3,\ -1)$

$\overrightarrow{CA}=(-3,\ -5,\ 4)$

より

$\overrightarrow{CH}=(-3,\ -5,\ 4)+t(1,\ 3,\ -1)$

$=(-3+t,\ -5+3t,\ 4-t)$

$\overrightarrow{CH}\perp\overrightarrow{AB}$ より　$\overrightarrow{CH}\cdot\overrightarrow{AB}=0$ ［B］

$(-3+t)+3(-5+3t)-(4-t)=0$

$11t-22=0$

$t=2$

よって　$\overrightarrow{CH}=(-1,\ 1,\ 2)$

$\overrightarrow{OH}=\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{CH}$

$=(4,\ 5,\ -2)+(-1,\ 1,\ 2)$

$=(3,\ 6,\ 0)$

よって，点 H の座標は　**(3，6，0)**

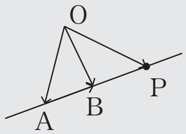
また　$CH=|\overrightarrow{CH}|=\sqrt{(-1)^2+1^2+2^2}=\sqrt{6}$

［A］　点 P が直線 AB 上の点

$\Longleftrightarrow\ \overrightarrow{AP}=t\overrightarrow{AB}$

$\Longleftrightarrow\ \overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OA}+t\overrightarrow{AB}$（$t$ は実数）

$\overrightarrow{AB}$ を直線 AB の方向ベクトルという。



［B］　$\vec{0}$ でない 2 つのベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ において，

$\vec{a}\perp\vec{b}\Longleftrightarrow\vec{a}\cdot\vec{b}=0$